

Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad Castilla y León	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES	EXAMEN Nº Páginas: 2 (tabla adicional)
--	---	--

OPTATIVIDAD: CADA ESTUDIANTE DEBERÁ ESCOGER TRES PROBLEMAS Y UNA CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

Problemas (a elegir tres)

P1. (Números y álgebra)

Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -3x + 2y - 5z = 2 \\ x + 2y - az = -1 \end{cases}$$

- Clasificar el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a . **(hasta 2 puntos)**
- Resuelve el sistema para $a = -2$. **(hasta 1 punto)**

P2. (Números y álgebra)

Una empresa utiliza 4 horas de trabajo de electrónica y 2 horas de trabajo de montaje por cada televisor LED que fabrica, y 3 horas de trabajo de electrónica y 1 hora de trabajo de montaje por cada televisor QLED. La empresa dispone de un máximo de 2400 horas de trabajo de electrónica y un máximo de 1000 horas de trabajo de montaje. Para satisfacer la demanda, la empresa debe fabricar al menos 200 televisores QLED. El beneficio obtenido en cada televisor LED es de 70€ y en cada televisor QLED es de 50€.

Utilizar técnicas de programación lineal para determinar el número de televisores de cada tipo que la empresa debe fabricar para que el beneficio sea máximo, así como ese beneficio máximo.

P3. (Análisis)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & x \leq 3 \\ 3x - 2m & x > 3 \end{cases}$$

- Hallar el valor de m para que la función sea continua en todos los números reales.
- Para $m = -1$, calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[5, 7]$.

P4. (Análisis)

La temperatura adecuada para el desarrollo vegetativo en el cultivo de tomates no debe exceder los 23 grados Celsius (°C) y en ningún caso debe bajar de 7°C. La siguiente función expresa la temperatura, en grados Celsius, el día 14 de agosto en una zona de cultivo:

$$T(x) = \frac{-1}{14}x^2 + 2x + 10$$

donde $x \in [0,24]$ es la hora del día.

- a) Determinar a qué hora de ese día se alcanza la temperatura máxima y si ésta supera los 23°C.
- b) ¿La zona de cultivo tuvo una temperatura inferior a los 7°C el 14 de agosto?

P5. (Estadística y probabilidad)

El 30 % de los clientes de un banco especializado en microcréditos son hombres y el 70 % son mujeres. Se sabe que el 20 % de los hombres recibieron un crédito inferior a 6000 € mientras que el 72 % de las mujeres recibieron un crédito igual o superior a dicha cantidad.

- a) Elegido uno de los clientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que éste haya recibido un crédito inferior a 6000 €?
- b) Elegido al azar un cliente entre los que recibieron un crédito inferior a 6000 €, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

P6. (Estadística y probabilidad)

Las pruebas realizadas de un nuevo modelo de teléfono móvil aseguran que la ley de probabilidad de la vida útil del teléfono sin averías (en meses) es normal de media 32 meses y desviación típica 12.5 meses. La campaña de lanzamiento del nuevo modelo ofrece la sustitución gratuita del móvil por cualquier avería aparecida en los primeros 4 meses.

- a) Calcular la probabilidad de que haya que sustituir un móvil adquirido durante la campaña de lanzamiento.
- b) Si una tienda vende 64 teléfonos móviles del nuevo modelo el primer día de campaña, determinar la probabilidad de que el tiempo medio sin averías de esos móviles sea superior a 36 meses.

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

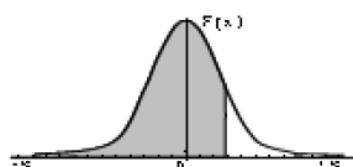
¿Es posible que una matriz 4x2 coincida con su inversa? ¿Y con su traspuesta?

C2. (Análisis)

Representar gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \\ 4 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

C3. (Estadística y probabilidad)

Se lanza una moneda 3 veces. Calcular la probabilidad de que se obtenga al menos una cruz.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$
[illegible]

P1. (Números y álgebra) Se considera el sistema de ecuaciones lineales, en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -3x + 2y - 5z = 2 \\ x + 2y - az = -1 \end{cases}$$

a) Clasificar el sistema según sus soluciones para los diferentes valores de a . (hasta 2 puntos)

Emplearemos el teorema de Rouché-Fröbenius. Para ello, hay que calcular el determinante de la matriz y de la matriz ampliada para los distintos valores que puede tomar el parámetro a .

En primer lugar, escribimos el sistema en forma de matriz ampliada:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -3x + 2y - 5z = 2 \\ x + 2y - az = -1 \end{cases} \rightarrow (A^*) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -a & -1 \end{array} \right)$$

Calculando el determinante de la matriz de coeficientes e igualándolo a cero podemos averiguar los valores que debe tomar el parámetro a para que se anule el determinante:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & -a \end{vmatrix} = (-2a - 10 - 6) - (2 - 10 + 6a) = -8a - 8$$

$$\text{Si } |A| = 0 \rightarrow -8a - 8 = 0 \rightarrow -8a = 8 \rightarrow a = -1$$

Por tanto, distinguimos entre los siguientes casos:

- Caso 1: $a \neq -1$

$$(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & -a \end{pmatrix} \quad (A^*) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & -a & -1 \end{array} \right)$$

$$|A| \neq 0 \rightarrow rg(A) = 3$$

$$|A^*| \neq 0 \rightarrow rg(A^*) = 3$$

Como:

$$rg(A) = rg(A^*) = n^{\circ} \text{incógnitas} \rightarrow \text{Sistema Compatible Determinado (SCD)} \\ \text{Solución única}$$

- Caso 2: $a = -1$

$$(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -5 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad (A^*) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

$$|A| = 0 \rightarrow rg(A) \leq 2$$

$$|A^*| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 + 4 - 4 + 2 = 12 \rightarrow |A^*| \neq 0 \rightarrow rg(A^*) = 3$$

Como:

$$rg(A) \neq rg(A^*) \rightarrow \text{Sistema Incompatible (SI)} \\ \text{No tiene solución}$$

b) Resuelve el sistema para $a = -2$. (hasta 1 punto)

Si $a = -2$:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -3x + 2y - 5z = 2 \\ x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$$

Vamos a resolver el sistema por el método de Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2+3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

Quedando así:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ 8y - 2z = 2 \\ z = -1 \end{cases} \rightarrow z = -1 \xrightarrow{z=-1} 8y + 2 = 2 \rightarrow 8y = 0 \rightarrow y = 0$$

$$x + 2y + z = 0 \xrightarrow{y=0, z=-1} x + 2 \cdot 0 - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

Por tanto, la solución al sistema es:

$$x = 1$$

$$y = 0$$

$$z = -1$$

P2. (Números y álgebra) Una empresa utiliza 4 horas de trabajo de electrónica y 2 horas de trabajo de montaje por cada televisor LED que fabrica, y 3 horas de trabajo de electrónica y 1 hora de trabajo de montaje por cada televisor QLED. La empresa dispone de un máximo de 2400 horas de trabajo de electrónica y un máximo de 1000 horas de trabajo de montaje. Para satisfacer la demanda, la empresa debe fabricar al menos 200 televisores QLED. El beneficio obtenido en cada televisor LED es de 70€ y en cada televisor QLED es de 50€.

Utilizar técnicas de programación lineal para determinar el número de televisores de cada tipo que la empresa debe fabricar para que el beneficio sea máximo, así como ese beneficio máximo.

En primer lugar, se definen las variables del problema:

$$x: N^{\circ} \text{ de televisores LED}$$

y : N° de televisores QLED

Teniendo en cuenta esto, la función objetivo es el coste:

$$B(x, y) = 70x + 50y$$

Y las restricciones son:

$$\begin{cases} 4x + 3y \leq 2400 \rightarrow \text{Máximo de 2400 horas de trabajo de electrónica} \\ 2x + y \leq 1000 \rightarrow \text{Máximo de 1000 horas de trabajo de montaje} \\ y \geq 200 \rightarrow \text{Fabricar al menos 200 televisores QLED} \\ x \geq 0 \rightarrow \text{Las cantidades deben ser positivas} \\ y \geq 0 \rightarrow \text{Las cantidades deben ser positivas} \end{cases}$$

Como $y \geq 200$, esta condición ya implica que $y \geq 0$, por tanto, se puede obviar esta última condición.

$$\begin{cases} 4x + 3y \leq 2400 \\ 2x + y \leq 1000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 200 \end{cases}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación:

$$y = \frac{2400 - 4x}{3}, \quad y = 1000 - 2x, \quad x = 0, \quad y = 200$$

$$y = \frac{2400 - 4x}{3}$$

$$y = 1000 - 2x$$

x	y
0	600
800	0

x	y
0	500
1000	0



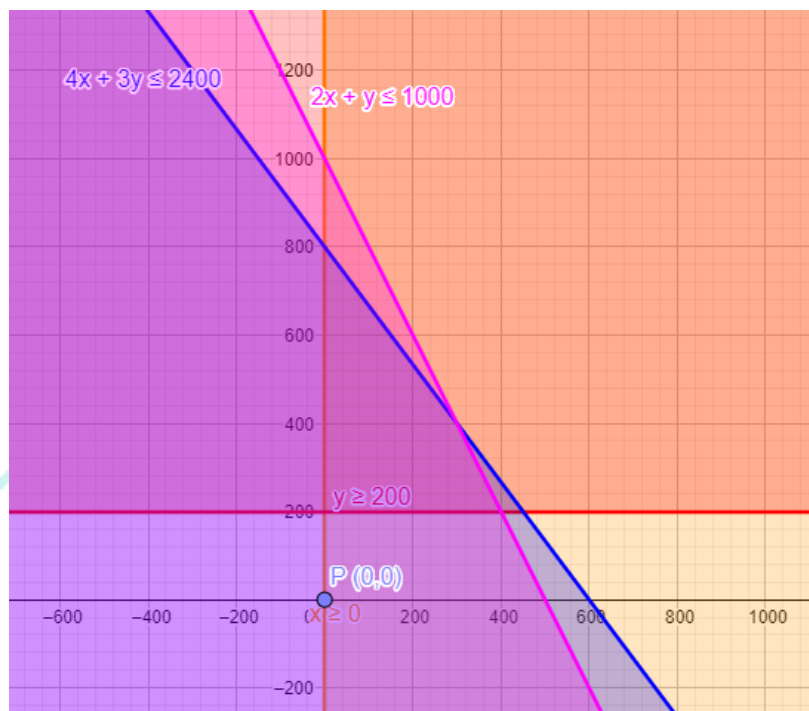
Cogemos un punto y comprobamos si cumple las condiciones del ejercicio. Por ejemplo, si cogemos el punto $P(0,0)$:

$4x + 3y \leq 2400 \rightarrow 0 \leq 2400$? Sí $\rightarrow$ Se cumple para ese lado de la recta.

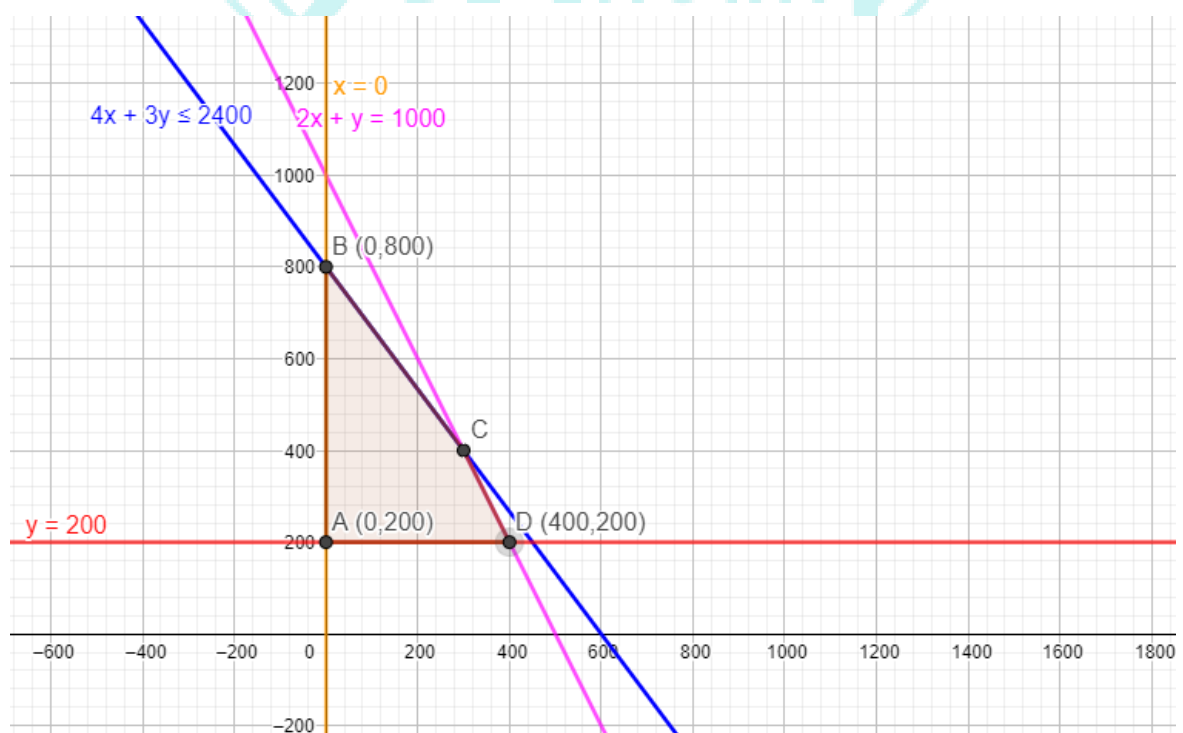
$2x + y \leq 1000 \rightarrow 0 \leq 1000$? Sí $\rightarrow$ Se cumple para ese lado de la recta.

$x \geq 0 \rightarrow 0 \geq 0$? Sí $\rightarrow$ Se cumple para ese lado de la recta.

$y \geq 200 \rightarrow 0 \geq 200$? No $\rightarrow$ Se cumple para punto situado al otro lado.



Por tanto, la zona donde se cumplen todas las condiciones es la región sombreada de la gráfica:



Las coordenadas de sus algunos vértices se pueden obtener gráficamente. Sin embargo, también se pueden calcular resolviendo el sistema formado por las rectas correspondientes:

$$A(0,200) \quad B(0,800)$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 2400 \\ 2x + y = 1000 \end{cases} \xrightarrow{x(-3)} \begin{cases} 4x + 3y = 2400 \\ -6x - 3y = -3000 \end{cases} \xrightarrow{\text{Sumando}} -2x = -600$$

$$x = 300 \xrightarrow{\text{Sustituyendo}} 2 \cdot 300 + y = 1000 \rightarrow y = 1000 - 2 \cdot 300$$

$$y = 400 \rightarrow C(300,400)$$

$$D(400,200)$$

Valoramos la función objetivo $B(x,y) = 70x + 50y$ en cada uno de los vértices de la región:

$$A \rightarrow B(0,200) = 70 \cdot 0 + 50 \cdot 200 = 10000$$

$$B \rightarrow B(0,800) = 70 \cdot 0 + 50 \cdot 800 = 40000$$

$$C \rightarrow B(300,400) = 70 \cdot 300 + 50 \cdot 400 = 41000 \leftarrow \text{MÁXIMO}$$

$$D \rightarrow B(400,200) = 70 \cdot 400 + 50 \cdot 200 = 38000$$

El máximo se alcanza en el punto $C(300,400)$. Por tanto, el beneficio máximo, 41000 euros, se obtiene con 300 televisores LED y 400 televisores QLED.

P3. (Análisis) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & x \leq 3 \\ 3x - 2m & x > 3 \end{cases}$$

a) Hallar el valor de m para que la función sea continua en todos los números reales.

Tenemos que estudiar la continuidad en $x = 3$, ya que en los puntos donde la función cambia de definición pueden existir discontinuidades:

$$f(3) = 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} x^2 - 3x + 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} 3x - 2m = 9 - 2m$$

Para que la función sea continua, los tres valores deben coincidir:

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

Por tanto,

$$9 - 2m = 2 \rightarrow 7 = 2m \rightarrow m = \frac{7}{2} = 3,5$$

b) Para $m = -1$, calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[5, 7]$.

Para $m = -1$:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & x \leq 3 \\ 3x + 2 & x > 3 \end{cases}$$

Mirando las condiciones, en el intervalo $[5, 7]$ la función es:

$$f(x) = 3x + 2$$

Vamos a comprobar si la función corta al eje x :

$$\text{Eje } OX \rightarrow y = 0$$

$$f(x) = 0 \rightarrow 3x + 2 = 0 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = \frac{-2}{3}$$

Corta al eje x en el punto $(\frac{-2}{3}, 0)$, que está por debajo de $x = 3$. Por tanto, en el intervalo $[5, 7]$ la función no corta al eje OX .

El área pedida es:

$$\begin{aligned} \text{Área}(S) &= \int_5^7 3x + 2 \, dx = \int_5^7 3x \, dx + \int_5^7 2 \, dx = \\ &= \left[\frac{3x^2}{2} + 2x \right]_5^7 = \left[\frac{3 \cdot 7^2}{2} + 2 \cdot 7 \right] - \left[\frac{3 \cdot 5^2}{2} + 2 \cdot 5 \right] = \\ &= \left[\frac{147}{2} + 14 \right] - \left[\frac{75}{2} + 10 \right] = \frac{175}{2} - \frac{95}{2} = \frac{80}{2} = 40 \, u^2 \end{aligned}$$

P4. (Análisis) La temperatura adecuada para el desarrollo vegetativo en el cultivo de tomates no debe exceder los 23 grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$) y en ningún caso debe bajar de 7°C . La siguiente función expresa la temperatura, en grados Celsius, el día 14 de agosto en una zona de cultivo:

$$T(x) = \frac{-1}{14}x^2 + 2x + 10$$

donde $x \in [0, 24]$ es la hora del día.

a) Determinar a qué hora de ese día se alcanza la temperatura máxima y si ésta supera los 23°C .

Para obtener los extremos hay que derivar la función e igualarla a cero:

$$T(x) = \frac{-1}{14}x^2 + 2x + 10 \rightarrow T'(x) = \frac{-2}{14}x + 2$$

$$T'(x) = \frac{-x}{7} + 2$$

$$T'(x) = 0 \rightarrow \frac{-x}{7} + 2 = 0$$

$$\frac{-x}{7} = -2 \rightarrow x = 14$$

Para comprobar si se trata de un máximo o un mínimo debemos hacer la segunda derivada:

$$T''(x) = \frac{-1}{7} < 0 \rightarrow \text{máximo}$$

Por tanto, tenemos un máximo en $x = 14$.

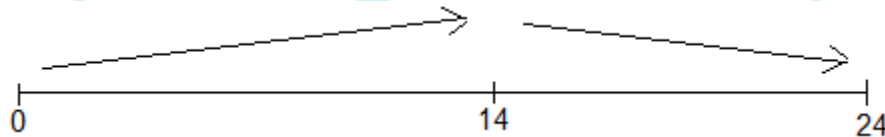
En ese punto la temperatura es:

$$T(14) = \frac{-1}{14} 14^2 + 2 \cdot 14 + 10 = 24^{\circ}\text{C}$$

A las 14 horas se alcanza la temperatura máxima, que es de 24°C (superior a 23°C).

b) ¿La zona de cultivo tuvo una temperatura inferior a los 7°C el 14 de agosto?

La función es continua por ser polinómica. Estudiando su crecimiento en las 24 horas del día, sabemos que, si la función tiene un máximo a las 14 horas, el intervalo de $[0,14]$ es creciente y de $[14,24]$ decreciente:



La temperatura en los extremos del día será la temperatura mínima:

$$T(0) = \frac{-1}{14} 0^2 + 2 \cdot 0 + 10 = 10^{\circ}\text{C}$$

$$T(24) = \frac{-1}{14} 24^2 + 2 \cdot 24 + 10 = 16,9^{\circ}\text{C}$$

Como podemos comprobar, la temperatura más baja el 14 de agosto es de 10°C . Nunca alcanza los 7°C .

También se podría calcular la hora del día a la que alcanza los 7°C :

$$T(x) = 7 \rightarrow \frac{-1}{14} x^2 + 2x + 10 = 7$$

$$\frac{-1}{14} x^2 + 2x + 10 - 7 = 0 \rightarrow \frac{-1}{14} x^2 + 2x + 3 = 0 \rightarrow -x^2 + 28x + 42 = 0$$

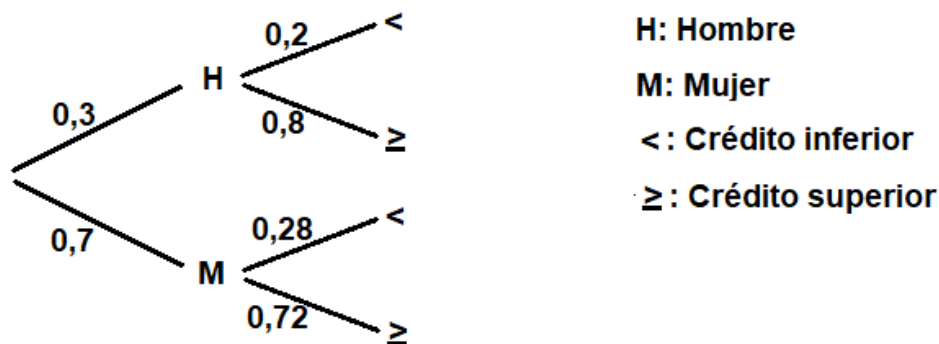
$$x = \frac{-28 \pm \sqrt{28^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 42}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-28 \pm \sqrt{784 + 168}}{-2} = \frac{-28 \pm \sqrt{952}}{-2} = \frac{-28 \pm 30,85}{-2} =$$

$$x = \begin{cases} \frac{-28 + 30,85}{-2} = -1,43 \\ \frac{-28 - 30,85}{-2} = 29,43 \end{cases}$$

Ninguno de los valores pertenece al intervalo $[0,24]$, por lo que no se alcanzaría nunca los 7°C el día 14 de agosto.

P5. (Estadística y probabilidad) El 30 % de los clientes de un banco especializado en microcréditos son hombres y el 70 % son mujeres. Se sabe que el 20 % de los hombres recibieron un crédito inferior a 6000 € mientras que el 72 % de las mujeres recibieron un crédito igual o superior a dicha cantidad.

Realizamos el diagrama de árbol:



a) Elegido uno de los clientes al azar, ¿cuál es la probabilidad de que éste haya recibido un crédito inferior a 6000 €?

La probabilidad de que un cliente reciba un crédito inferior a 6000 euros es:

$$P(<) = \text{Probabilidad de que sea hombre y reciba un crédito inferior a 6000€} + \\ + \text{Probabilidad de que sea mujer y reciba un crédito inferior a 6000€}$$

Es decir:

$$P(<) = P(H) \cdot P(< | H) + P(M) \cdot P(< | M) = \\ = 0,3 \cdot 0,2 + 0,7 \cdot 0,28 = 0,06 + 0,196 = 0,256$$

b) Elegido al azar un cliente entre los que recibieron un crédito inferior a 6000 €, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

En este apartado nos preguntan sobre probabilidad condicionada. En concreto, nos piden calcular la probabilidad de que un cliente sea mujer sabiendo que recibe un crédito inferior a 6000 euros:

$$P(M | <) = \frac{P(M \cap <)}{P(<)}$$

$P(M \cap <)$ establece la probabilidad de que ocurra el suceso $<$ y ocurra el suceso M , es decir:

$$P(M \cap <) = P(M) \cdot P(< | M) = 0,7 \cdot 0,28 = 0,196$$

La probabilidad de que reciba un crédito inferior a 6000 euros ya la habíamos calculado en el apartado anterior ($P(<) = 0,256$).

Así, tenemos:

$$P(M | <) = \frac{0,196}{0,256} = 0,766$$

P6. (Estadística y probabilidad) Las pruebas realizadas de un nuevo modelo de teléfono móvil aseguran que la ley de probabilidad de la vida útil del teléfono sin averías (en meses) es normal de media 32 meses y desviación típica 12.5 meses. La campaña de lanzamiento del nuevo modelo ofrece la sustitución gratuita del móvil por cualquier avería aparecida en los primeros 4 meses.

a) Calcular la probabilidad de que haya que sustituir un móvil adquirido durante la campaña de lanzamiento.

Sea X la variable que representa el número de meses sin avería de un teléfono móvil:

$$X \sim N(\mu, \sigma) = N(32, 12.5)$$

En este problema nos piden la probabilidad de que haya que sustituir el móvil en los 4 primeros meses:

$$P(X \leq 4)$$

Como en este caso X sigue una distribución normal $N(\mu = 32, \sigma = 12.5)$, es necesario tipificar, es decir, hacer un cambio de variable para poder usar la tabla de distribución normal $N(0,1)$. Se tipificará la variable Z :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Nos preguntan por $X \leq 4$, por tanto:

$$P\left(Z \leq \frac{4 - 32}{12.5}\right) = P(Z \leq -2,24) \xrightarrow{Z \text{ tiene que ser positivo, invertimos signo}} P(Z \geq 2,24)$$

Buscamos en la tabla el valor que se corresponde con $Z = 2,24$:

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5598	0,5638	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5949	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7267	0,7281	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
0,9	0,8160	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8316	0,8340	0,8366	0,8390
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8709	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8889	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9238	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9346	0,9367	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9420	0,9441
1,6	0,9462	0,9483	0,9474	0,9494	0,9495	0,9505	0,9516	0,9526	0,9536	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9640	0,9658	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9690	0,9708
1,9	0,9713	0,9710	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916

$$Z = 2,24 \rightarrow P(Z \geq 2,24) = 1 - P(Z \leq 2,24) = 1 - 0,9875 = 0,0125$$

- b) Si una tienda vende 64 teléfonos móviles del nuevo modelo el primer día de campaña, determinar la probabilidad de que el tiempo medio sin averías de esos móviles sea superior a 36 meses.

$$X \sim N(\mu, \sigma) = N(32, 12.5)$$

Como queremos estudiar una media de 64 teléfonos móviles:

$$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\bar{X}_{64} \sim N\left(\mu = 32, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12.5}{\sqrt{64}}\right) \rightarrow \bar{X}_{64} \sim N\left(32, \frac{12.5}{8}\right) \rightarrow \bar{X}_{64} \sim N(32, 1.5625)$$

El tiempo medio sin averías de esos móviles debe ser superior a 36 meses:

$$P(\bar{X}_{64} \geq 36)$$

Como en este caso X sigue una distribución normal $N(32, 1.5625)$, es necesario tipificar, es decir, hacer un cambio de variable para poder usar la tabla de distribución normal $N(0,1)$. Se tipificará la variable Z :

$$Z = \frac{\bar{X}_{64} - \mu}{\sigma}$$

$$P\left(Z > \frac{36 - 32}{1.5625}\right) = P(Z > 2,56) = 1 - P(Z < 2,56)$$

Buscamos en la tabla el valor que se corresponde con $Z = 2,56$:

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5318	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5598	0,5638	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5949	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7267	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8079	0,8106	0,8133
0,9	0,8160	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8314	0,8340	0,8365	0,8390
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8709	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8889	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9238	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9346	0,9367	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9420	0,9441
1,6	0,9462	0,9483	0,9474	0,9494	0,9495	0,9505	0,9516	0,9526	0,9536	0,9546
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964

$$P(Z > 2,56) = 1 - P(Z < 2,56) = 1 - 0,9948 = 0,0052$$

C1. (Números y álgebra) ¿Es posible que una matriz 4x2 coincida con su inversa?

No, ya que la inversa de una matriz 4x2 no se puede calcular. Para que una matriz tenga inversa tiene que ser cuadrada.

¿Y con su traspuesta?

La traspuesta de una matriz 4x2 es una matriz 2x4. Como no coinciden sus dimensiones, no pueden ser iguales.

C2. (Análisis) Representar gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x < 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \\ 4 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Se trata de una función a trozos. Hacemos una tabla de valores para cada tramo:

$$y = x + 2$$

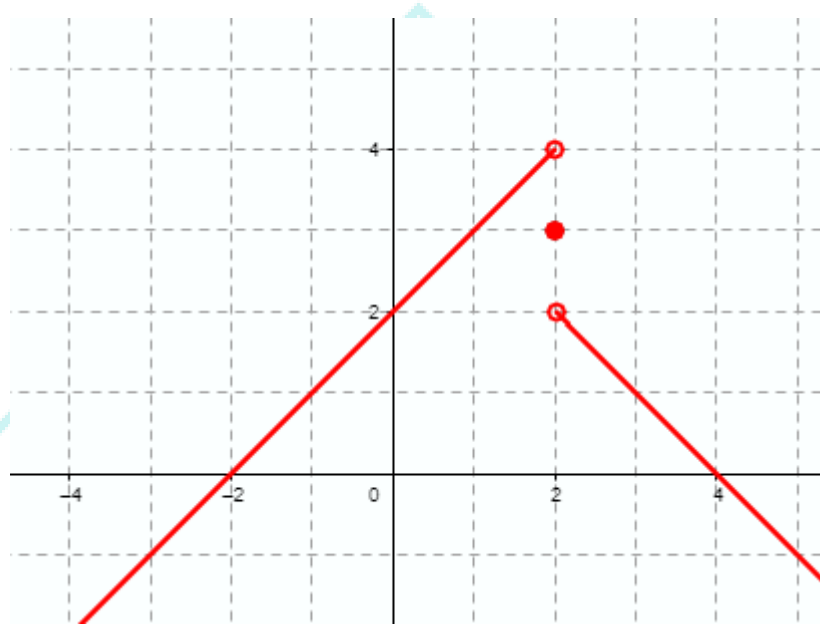
x	y
0	2
2	4 → No se incluye

$$y = 3$$

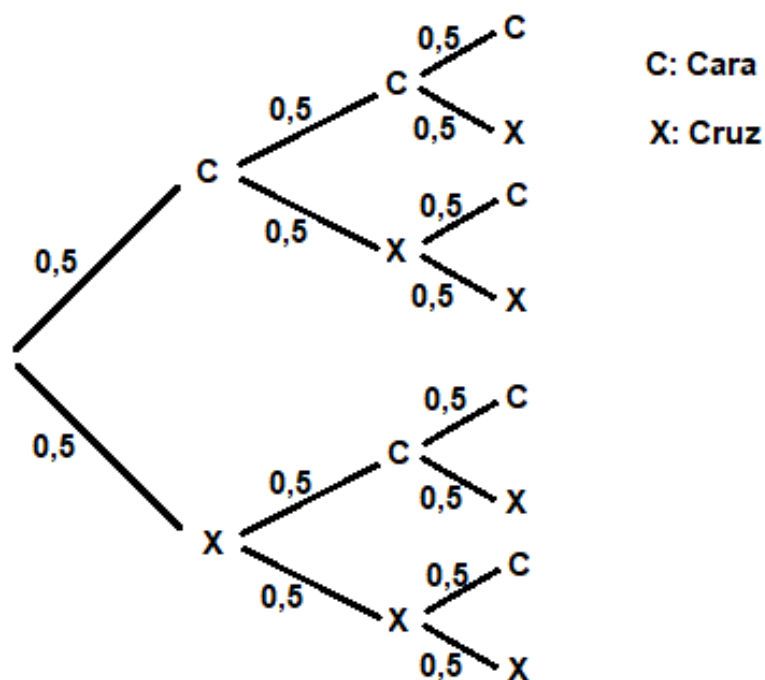
x	y
2	3

$$y = 4 - x$$

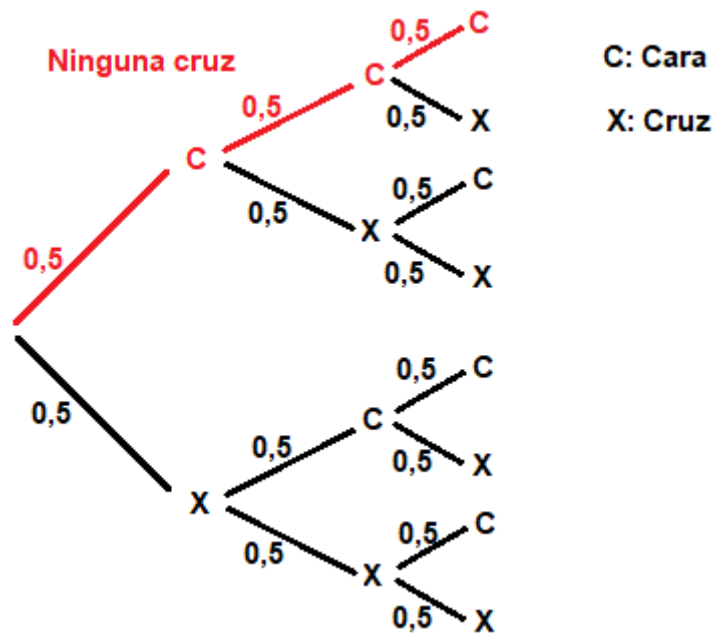
x	y
2	2 → No se incluye
4	0



C3. (Estadística y probabilidad) Se lanza una moneda 3 veces. Calcular la probabilidad de que se obtenga al menos una cruz.



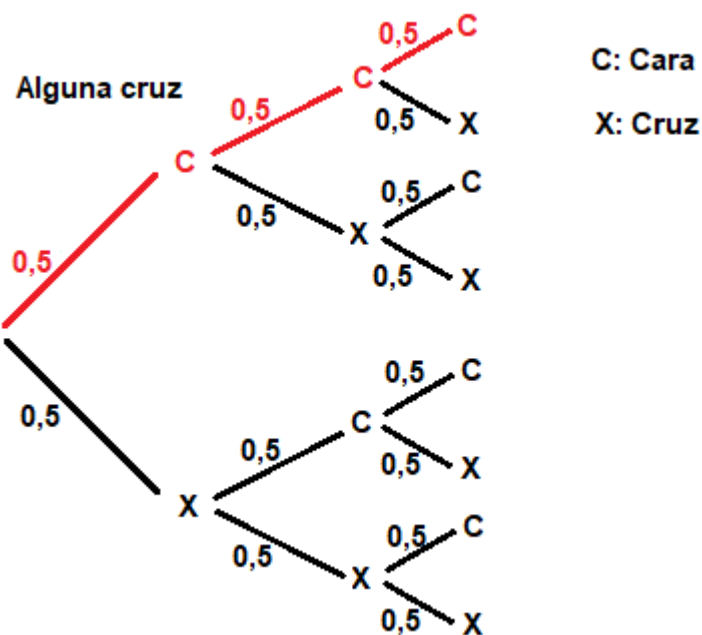
La probabilidad de obtener al menos una cruz es lo contrario de obtener ninguna cruz:



$$P(\text{"al menos una cruz"}) = 1 - P(\text{"ninguna cruz"})$$

$$P(\text{"al menos una cruz"}) = 1 - 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 1 - 0,125 = 0,875$$

También se puede calcular con todas las ramas que tienen, al menos, una cruz:



Son siete ramas con, al menos, una cruz. Como todas tienen la misma probabilidad:

$$P(\text{"al menos una cruz"}) = 7 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 7 \cdot 0,125 = 0,875$$